

# MS-SBVAR и TVP-VAR

## Краткие теоретические материалы

### 1 MS-SBVAR

Структурная форма MS-SBVAR:

$$y'_t A_0(s_t) = x'_t A_+(s_t) + \varepsilon'_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

где  $s_t \in \{1, \dots, h\}$  — ненаблюдаемый режим.

Переходы между режимами задаются на основе вероятностей:

$$\Pr(s_t = i \mid s_{t-1} = k) = p_{ik}, \quad i, k = 1, \dots, h. \quad (2)$$

Приведённая форма:

$$y'_t = x'_t B(s_t) + u'_t(s_t), \quad (3)$$

$$B(s_t) = A_+(s_t) A_0^{-1}(s_t). \quad (4)$$

Матрицу коэффициентов можно представить как

$$A_+(s_t) = D(s_t) + S A_0(s_t), \quad S = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Режим  $s_t$  может влиять как на коэффициенты модели, так и на дисперсии структурных шоков. В зависимости от выбранной спецификации параметры  $j$ -го структурного уравнения могут быть фиксированными или меняться между режимами. Рассмотрим три типа ограничений:

$$a_{0,j}(s_t), d_{ij,l}(s_t), c_j(s_t) = \begin{cases} \bar{a}_{0,j}, \bar{d}_{ij,l}, \bar{c}_j & (6) \\ \bar{a}_{0,j} \xi_j(s_t), \bar{d}_{ij,l} \xi_j(s_t), \bar{c}_j \xi_j(s_t) & (7) \\ a_{0,j}(s_t), \bar{d}_{ij,l} \lambda_{ij}(s_t), c_j(s_t) & (8) \end{cases}$$

Ограничение (6) соответствует модели с постоянными параметрами. В (7) коэффициенты уравнения постоянны, но между режимами меняется дисперсия структурного шока. В (8) параметры непосредственно зависят от режима: могут меняться как коэффициенты модели, так и дисперсии.

Таким образом, MS-SBVAR предполагает не плавное изменение параметров, а переход экономики между несколькими режимами, каждому из которых соответствует свой набор коэффициентов и/или дисперсий.

#### 1.1 Проблемы MS-SBVAR

1. При увеличении числа переменных, лагов и режимов быстро растёт количество оцениваемых параметров, что часто приводит к невозможности оценивания.
2. Если отдельный режим встречается редко, его коэффициенты и дисперсии оцениваются неточно.

## 2 TVP-VAR

TVP-VAR представляет собой векторную авторегрессию с изменяющимися во времени параметрами. Модель задаётся следующим образом:

$$y_t = Z_t \beta_t + \varepsilon_t, \quad (9)$$

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_t, \quad (10)$$

где  $Z_t$  — вектор эндогенных и экзогенных переменных,  $\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \Sigma_t)$ ,  $u_t \sim i.i.d. N(0, Q)$ , причём  $\varepsilon_t$  и  $u_t$  покомпонентно независимы друг от друга.

Период оценивания разделяется на две части. На первой части выборки проводится OLS-оценивание модели с постоянными коэффициентами (в рассматриваемом примере — на первых 50 наблюдениях). На второй части проводится байесовское оценивание TVP-VAR.

Матрица ковариаций также меняется во времени и имеет вид

$$\Sigma_t = F_t D_t F_t'. \quad (11)$$

Пусть  $\sigma_t$  — вектор диагональных элементов из  $D_t^{0.5}$ , а  $\phi_{i,t}$  — вектор ненулевых недиагональных элементов  $(i+1)$ -й строки матрицы  $F_t^{-1}$ . Тогда они эволюционируют следующим образом:

$$\log \sigma_t = \log \sigma_{t-1} + \zeta_t, \quad (12)$$

$$\phi_{i,t} = \phi_{i,t-1} + \omega_{i,t}, \quad (13)$$

где  $\zeta_t \sim i.i.d. N(0, S)$ ,  $\omega_{i,t} \sim i.i.d. N(0, G)$ ,  $\zeta_t \perp \omega_{i,t}$ .

Таким образом, в TVP-VAR во времени меняются как коэффициенты модели  $\beta_t$ , так и матрица ковариаций  $\Sigma_t$ . Поскольку коэффициенты модели меняются во времени, построенные на их основе импульсные отклики также отличаются в разные моменты времени.

Основные преимущества модели:

- возможность учета структурных сдвигов и меняющихся связей между переменными;
- проведение анализа в зависимости от состояния экономики или режима денежно-кредитной политики.

### 2.1 Проблемы TVP-VAR

1. Модель содержит большое число скрытых параметров: для каждого периода оцениваются коэффициенты и параметры волатильности, в связи с чем возникает проблема «сверхпараметризации».
2. Результаты могут быть чувствительны к априорным распределениям, особенно к матрицам, которые определяют скорость изменения параметров.